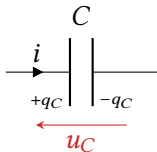
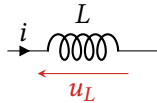


Transitoires du premier ordre

I - Condensateur et bobine

	Condensateur	Bobine
Symbole		
Loi de comportement	$i = C \frac{du_C}{dt}$ $q_C = Cu_C$	$u_L = L \frac{di}{dt}$
Équivalent en régime permanent	Interrupteur ouvert	Fil
Énergie stockée	$\mathcal{E}_C = \frac{1}{2} Cu_C^2$	$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} Li^2$
Grandeur continue	Tension u_C	Courant i

II - Équations différentielles

- Établir une équation différentielle :

- Utiliser en alternance (une étape sur deux) les lois des mailles/des nœuds et les lois de comportement des dipôles pour modifier l'équation de travail;
- À chaque étape, remplacer les grandeurs inconnues et sans intérêt par les grandeurs connues et/ou intéressantes;
- Si nécessaire, dériver l'équation de travail pour y insérer certaines lois de comportement;
- Toutes les grandeurs qui apparaissent dans les équations doivent être légendées sur le schéma du circuit.

- Forme canonique : pour une équation différentielle, linéaire, du premier ordre, à coefficients constants :

$$\begin{array}{c}
 \text{inverse du} \\
 \text{temps caractéristique} \\
 \downarrow \\
 \text{préfacteur 1} \\
 \text{devant la dérivée} \quad \downarrow \\
 \frac{ds}{dt} + \frac{1}{\tau} s = \text{des choses qui dépendent de } e
 \end{array}$$

membre de gauche : ce qui implique la fonction cherchée
 membre de droite ou second membre : le reste = ce qui implique le forçage

• Résolution :

Forme générale des solutions :

$$s(t) = A e^{-t/\tau} + s_P(t)$$

solution homogène
à connaître par cœur
solution particulière
à chercher de la même forme que le forçage

Utilisation d'une condition initiale : à $t = 0^+$, juste après l'échelon,

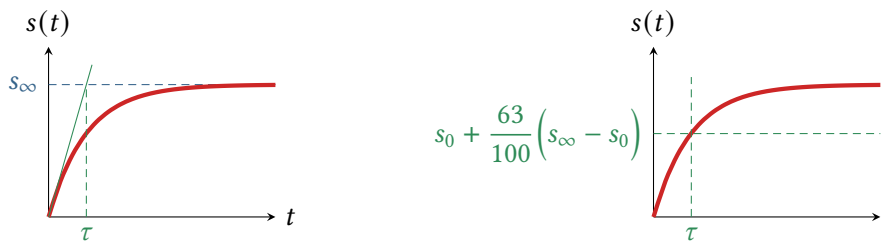
$$s(t=0^+) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{CI}}}{S_0} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{expr}}}{A} \underbrace{e^{-0/\tau}}_{=1} + s_P(0) \quad \text{d'où} \quad A = \dots$$

Si on cherche une grandeur potentiellement discontinue, commencer par l'exprimer grâce à LM/LN en fonction des grandeurs continues.

• Interprétation qualitative :

- la solution homogène décrit le régime transitoire, et s'annule au delà ;
- la solution particulière décrit le régime établi ;
- τ donne l'ordre de grandeur de la durée du transitoire.

• Détermination graphique de τ : tangente à l'origine ou temps de réponse à 63 %



III - Analyse dimensionnelle

• Méthode :

- ❶ Identifier les paramètres pouvant influencer sur la grandeur cherchée, et postuler une forme en loi de puissance : p.ex. $\tau = R^n C^p E^q$ où l'on cherche n, p, q ;
- ❷ Équation aux dimensions : la relation est homogène, donc p.ex. $[R]^n [C]^p [E]^q = [\tau]$;
- ❸ Revenir aux unités de base pour en déduire un système portant sur les exposants.
- ❹ Résoudre ce système et conclure.

• Limitations : méthode puissante mais pas magique !

- ne « voit » pas les nombres sans dimension : $1/2, \pi$, etc.
- inefficace si deux paramètres de même dimension, p.ex. deux résistances, interviennent car leur rapport est sans dimension.

IV - Bilans énergétiques

• Bilan de puissance : loi des mailles $\times i$

$$E = u_C + Ri \quad (\times i) \quad \leadsto \quad \mathcal{P}_{\text{gén}} = \mathcal{P}_C + \mathcal{P}_{\text{Joule}}$$

• Bilan d'énergie : intégration du bilan de puissance.

$$\int_0^{+\infty} E i(t) dt = \int_0^{+\infty} \frac{d\mathcal{E}_C}{dt} dt + \int_0^{+\infty} Ri(t)^2 dt \quad \leadsto \quad W_{\text{gén}} = \Delta\mathcal{E}_C + W_{\text{Joule}}$$

V - Méthode d'Euler

- **Principe** : résolution approchée de l'équation différentielle à N instants discrets $t_0, t_1, \dots, t_n, \dots, t_{N-1}$ séparés d'un pas de temps Δt ($t_n = n \Delta t$).
- **Schéma numérique** = recette pour transformer l'équation différentielle en une relation de récurrence.
- **Schéma d'Euler explicite** :
 - ▷ dérivée $\mapsto$ taux d'accroissement entre t_n et t_{n+1} ;
 - ▷ autres grandeurs $\mapsto$ prises à l'instant t_n .

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau}u = \frac{e(t)}{\tau} \quad \leadsto \quad \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau}u_n = \frac{1}{\tau}e(t_n) \quad \leadsto \quad u_{n+1} = \dots$$

- **Implémentation Python** : boucle **for** pour remplir terme à terme la liste `u` correctement initialisée.

```

1  ### DEFINITION DES PARAMETRES PHYSIQUES
2  ...

4  ### TENSION D'ENTREE
5  def e(t):
6      return ...

8  ### INITIALISATION DES LISTES :
9  t = [n*dt for n in range(N)]      # tps, en secondes
10 u = [None for n in range(N)]      # tension du condensateur, en V
11     # tout est initialisé à None, c-a-d "rien du tout"

13 ### RELATION DE RECURRENCE
14 u[0] = 0 # condition initiale
15 for n in range(N-1):
16     u[n+1] = u[n] + dt/tau * (e(t[n]) - u[n])

```